

MODELADO DE LÍNEAS MONOFÁSICAS APLICANDO EL MÉTODO DE BERGERON

MODELING OF SINGLE-PHASE LINES APPLYING THE BERGERON METHOD

Juan C. Escamilla, Filiberto Candia García, Ismael Albino, Ing. Miguel López Castillo

Colegio de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, Blvd. Valsequillo y Av. Sn. Claudio, Col. San Manuel, Puebla, México

Tel. (222) 2295500, ext. 7627

filinc@hotmail.com

Resumen

En este artículo se presenta un modelo de parámetros de la línea de transmisión monofásica distribuidos en el dominio de tiempo para el análisis de sobretensiones transitorias a lo largo de la línea de transmisión. El método implementado es el modelo de Bergeron para el cual se considera la línea sin pérdidas y con parámetros eléctricos constantes, por lo que el efecto de dispersión no está considerado en este estudio. El modelo se utiliza en diferentes escenarios de simulación de línea abierta o cerrada a diferentes instantes de tiempo.

Palabras clave: Línea de transmisión, sobretensiones transitorias, modelo de Bergeron, efecto de dispersión.

Abstract

This article presents a model of monophasic transmission line parameters distributed in the time domain for the analysis of transient overvoltages along the transmission line. The implemented method is the Bergeron model for which the lossless line and constant electric parameters are considered, so the dispersion effect is not considered in this study. The model is used for different simulation scenarios of an open or closed line at different periods of time.

Key words: Transmission line, transient overvoltages, Bergeron model, dispersion effect.

I. INTRODUCCIÓN

Para poder disponer de la electricidad, es fundamental contar con un sistema que permita su generación, transmisión y distribución. Dicho sistema se conoce como Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), el cual está compuesto principalmente por generadores, líneas de transmisión, subestaciones, transformadores y redes de distribución. Cada uno de los elementos enlistados anteriormente deben ser los adecuados para poder tener un servicio eficiente de energía; sin embargo, no suele ser suficiente contar con equipos bien diseñados, ya que pueden fallar en cualquier momento, lo cual no necesariamente significa que el equipo fallará por sí solo, sino que éste puede ser afectado por fallas internas (propias del sistema) o externas (descargas atmosféricas) [1-6]. Este tipo de eventos generan transitorios electromagnéticos, los cuales se definen como un cambio repentino en las condiciones del sistema producido por la interacción de los campos eléctricos y magnéticos. El período de un transitorio suele ser muy corto, medido en milisegundos. No obstante, estos períodos transitorios son extremadamente importantes, ya que es en esos momentos que los componentes del circuito están sometidos a corrientes o tensiones excesivas [2-5]. Las líneas de transmisión no sólo

están expuestas a fallas internas, sino son las que están expuestas con más frecuencia a fallas externas debido a la longitudinalidad que presentan.

Determinar la magnitud de sobretensiones es de suma importancia en el análisis de las líneas de transmisión, debido a que de ello depende la coordinación de aislamiento y el ajuste de protecciones. De esta manera, comprender el tema representa una base importante en el estudio de transmisión de energía en el área de ingeniería eléctrica. Enfocar un análisis sugiere conocer de una manera más profunda las características y propiedades de un cuerpo u objeto, así que, para una línea de transmisión, esto requiere de algo más que la determinación de las sobretensiones. Por consiguiente, para llegar a una solución, se deben considerar diferentes fenómenos que ocurren cuando la energía se propaga a lo largo de las líneas de transmisión; es decir, es necesario conocer todos aquellos fenómenos que permitan realizar un diseño oportuno y eficiente de la línea para asegurar una transmisión de energía sin interrupciones por fallas en sus elementos.

Entre los efectos más comunes que producen alteraciones en la transmisión de la energía, podemos enlistar los siguientes: **a)** efecto corona,

b) efecto aislador, c) efecto piel, d) efecto de proximidad y e) efecto de pasividad. En la actualidad, existen modelos que permiten analizar las sobretensiones en las líneas de transmisión. Estos modelos se pueden clasificar como modelos de parámetros concentrados y parámetros distribuidos, donde este último es la representación más detallada de las líneas de transmisión [2-12]. En este trabajo se presenta el método de Bergeron que será aplicado en una línea monofásica para obtener las sobretensiones transitorias. Este método es una técnica en el dominio de tiempo que permite considerar la propagación de las ondas de voltaje y corriente, así que está clasificado como modelo de parámetros distribuidos. Tal método fue de los primeros modelos en ser implementados en programas de simulación de tipo EMTP-ATP/Draw y, en la actualidad, se sigue utilizando, principalmente cuando no se requiere mucha precisión en los resultados, ya que una de las limitantes del modelo es que las pérdidas y el efecto piel no son considerados de forma directa. Esta técnica fue desarrollada originalmente por el analista de sistemas hidráulicos L. Bergeron en 1949 y ha sido adaptada en el área de ingeniería eléctrica para el análisis y los estudios de los transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión [2, 7].

II. CALCULO DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS PARA LÍNEAS MONOFÁSICAS

El estudio y modelado de líneas de transmisión requiere de aquellos parámetros que definen la caída de tensión y la variación de corriente. Estos parámetros eléctricos son resistencia (R) e inductancia (L), los cuales definen la caída de tensión formando la impedancia en serie (Z): $Z = R + j\omega L$, donde ω es la velocidad angular. Por otro lado, la conductancia (G) y la susceptancia (B) en derivación forman la admitancia transversal de la línea definida de la siguiente forma: $Y = G + jB$. Debido a que se modelará la línea sin pérdidas, sólo se presenta el cálculo de la inductancia y la capacitancia geométricas. Para el cálculo de la inductancia geométrica, se utiliza el método de las imágenes mostrado en la Fig. 1, asumiendo que el retorno por tierra es un conductor perfecto [2, 6, 7]. El concepto de inductancia se representa por la ecuación:

$$L = \frac{\psi}{I} \quad (1)$$

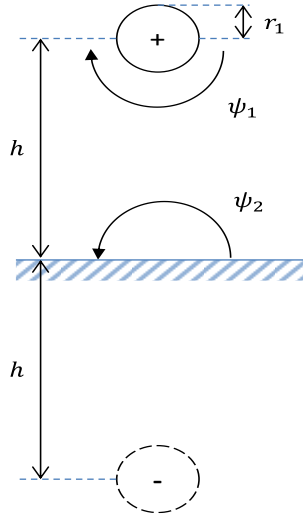


Figura 1. Método de las imágenes para la línea monofásica

donde Ψ representa el flujo magnético producido por la corriente que circula en el conductor e I representa la corriente en el conductor. Para obtener un valor adecuado y preciso, se deben considerar los flujos internos y externos del conductor bajo estudio. A partir del método de las imágenes se obtiene la siguiente ecuación para el flujo magnético:

$$\psi_1 = \int_{r_1}^{2h-r_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr \quad \psi_2 = \int_h^{2h-r_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr \quad (2)$$

De la suma de Ψ_1 y Ψ_2 se obtiene:

$$\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{2h-r_{cond}}{r_{cond}}\right) \quad (3)$$

donde h representa la altura del conductor, r_{cond} es el radio del conductor y μ_0 es la permeabilidad en el vacío. Para una línea de transmisión se tiene que

$r_{cond} < 2h$, por lo que la inductancia geométrica (L_g) se aproxima como:

$$L_g = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right) \quad (4)$$

Para el cálculo de la capacitancia también se hace uso del método de las imágenes. El concepto de capacitancia se representa por la ecuación:

$$C = \frac{q_c}{v_c} \quad (5)$$

La relación del campo eléctrico E y el voltaje se puede obtener a partir de:

$$V_{ab} = -\int_b^a E dl \quad (6)$$

donde q_c representa la carga del conductor y v_c representa el voltaje. A partir del método de las imágenes de la Fig. 1 se obtiene:

$$v_c = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h-r_{cond}}{r_{cond}}\right) \quad (7)$$

donde ϵ_0 es la constante de permitividad en el vacío. Para una línea de transmisión, se tiene que $r_{cond} < 2h$. Combinando (7) y (5), C_g se define por:

$$C_g = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right)} \quad (8)$$

III. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE BERGERON

Las ecuaciones que describen el comportamiento de las sobretensiones que se propagan a lo largo de la línea de transmisión despreciando las pérdidas se definen por:

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = c \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (9)$$

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (10)$$

En la Fig. 2 se muestra la propagación de las ondas viajeras a lo largo de la línea de transmisión. El rebote de las ondas que se muestra en el extremo final de la línea ocasiona las sobretensiones transitorias. Para determinar y cuantificar tanto su forma de onda como sus magnitudes, se resuelven las ecuaciones (9) y (10) en el dominio de tiempo. La atenuación de la forma de onda dependerá de dos parámetros eléctricos, las pérdidas de la línea de transmisión y la carga conectada. La Fig. (3) muestra la atenuación de la forma de onda durante su propagación.

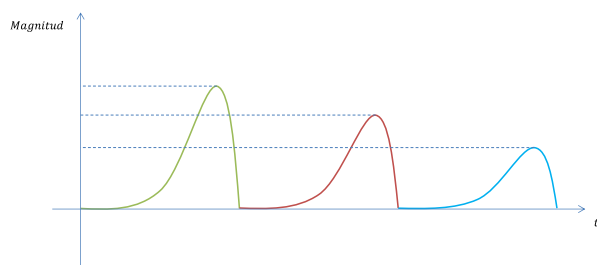


Figura 2. Representación del rebote de una onda viajera

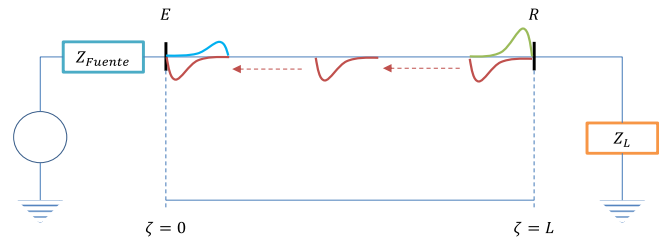


Figura 3. Atenuación de la onda viajera

La solución de las ecuaciones diferenciales parciales (9) y (10) son (11) y (12), respectivamente [2, 6, 7],

$$v(x,t) = v^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) + v^- \left(t + \frac{x}{v} \right) \quad (11)$$

$$i(x,t) = Y_c \left[v^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) - v^- \left(t + \frac{x}{v} \right) \right] \quad (12)$$

donde v es la velocidad de propagación de las ondas viajeras a través de la línea, t es el tiempo, Y_c es la admitancia característica y x es el eje de propagación [2, 6, 7]. A partir de la combinación de (11) y (12) se obtiene una igualdad que permite relacionar la onda incidente con la onda reflejada.

$$2v^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) = 2v^- \left(t + \frac{x}{v} \right) \quad (13)$$

$$v(x,t) + Z_c i(x,t) = v(x,t) - Z_c i(x,t) \quad (14)$$

donde Z_c es la impedancia característica. Aplicando condiciones de frontera a las ecuaciones (13) y (14), según la Fig. 4, se obtiene lo siguiente:

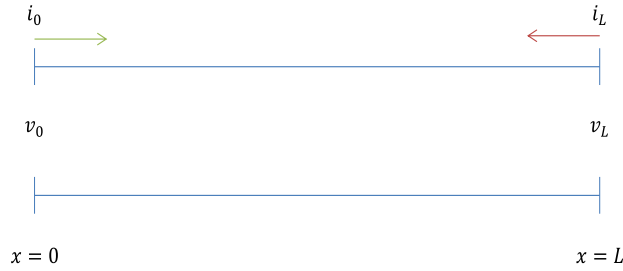


Figura 4. Condiciones de frontera

$$v_0^+(t-\tau) + Z_c i_0(t-\tau) = v_L^+(t) - Z_c i_L(t) \quad (15)$$

$$v_L^+(t-\tau) + Z_c i_L(t-\tau) = v_0^+(t) - Z_c i_0(t) \quad (16)$$

Despejando las corrientes correspondientes a ambos extremos de la línea de (15) y (16), se obtiene:

$$i_L^+(t) = Y_0 v_L^+(t) + I_{Hist}^0 \quad (17)$$

$$i_0^+(t) = Y_0 v_0^+(t) + I_{Hist}^L \quad (18)$$

donde:

$$I_{Hist}^0 = -\frac{V_0^+(t-\tau)}{Z_c} - i_0(t-\tau) \quad (19)$$

$$I_{Hist}^L = -\frac{V_L^+(t-\tau)}{Z_c} - i_L(t-\tau) \quad (20)$$

Las ecuaciones (19) y (20) son términos de historia que representan voltajes y corrientes desfasados un tiempo de viaje. Con las ecuaciones (17) y (18) se forma el circuito dual de Norton para una línea de transmisión como el que se muestra en la Fig. 5.

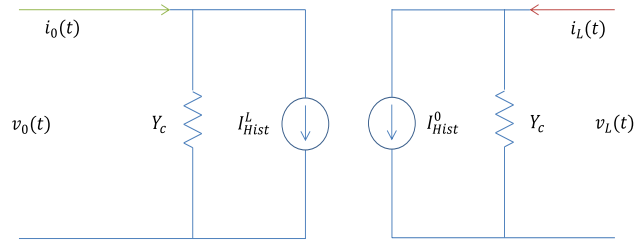


Figura 5. Circuito dual de Norton para una línea de transmisión

La Fig. 6 muestra la representación de una línea radial excitada con una fuente de tensión y con una carga conectada en el extremo receptor.

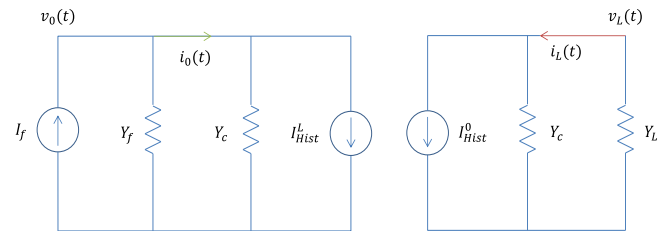


Figura 6. Circuito equivalente de una línea de transmisión utilizado por el Modelo de Bergeron

Por medio de la Fig. 6 se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones que relaciona los voltajes en ambos extremos de la línea y los términos de historia correspondientes.

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_L \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} Y_f + Y_c & 0 \\ 0 & Y_L + Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f - I_{Hist}^L \\ -I_{Hist}^0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

El método de Bergeron es un método gráfico que realiza el cálculo de voltajes y corrientes en cierto instante de tiempo en función de variables desfasadas un tiempo de viaje con respecto al instante de tiempo de referencia. Esta representación gráfica se muestra en la Fig. 7.

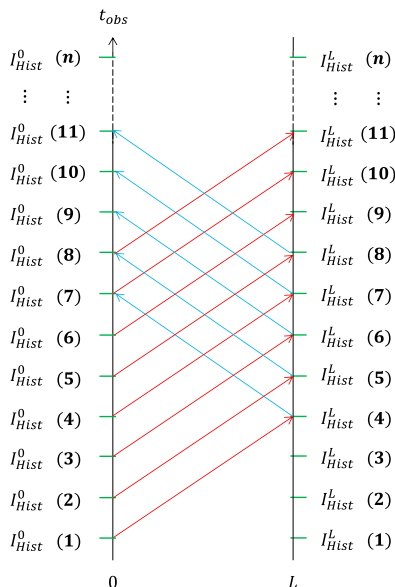


Figura 7. Posición de las corrientes de historia y ondas de energía durante el tiempo de observación

IV. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE BERGERON

El algoritmo fue implementado en el lenguaje de programación Matlab. Los casos de simulación que se presentan son los siguientes: **a)** energización de una línea en vacío, **b)** energización de una línea con carga y **c)** línea con descarga atmosférica. La secuencia del algoritmo se muestra en la Fig. 8. Los datos de la línea que se simularon son de fuente función escalón unitario y una función cosenoidal, donde la resistencia de la fuente es de 0.001Ω . La resistencia de la carga se varió durante las simulaciones, el radio del conductor fue de 0.02 m, la altura fue de 28 m y la longitud fue de 100 km. Para el primer caso, se realiza la simulación de línea abierta. La programación es equivalente a

tener una carga con impedancia resistiva muy grande. En las Figuras 9 y 10 se observa que la tensión se duplica y se mantiene prácticamente constante. Estas oscilaciones no se atenúan debido a que el método no incluye las pérdidas en su modelado. Al conectar una carga en el extremo receptor de la línea, las oscilaciones y sobretensiones se atenúan debido a que la resistencia las amortigua. Esto se muestra en las Figuras. 11 y 12. Por otro lado, cuando se conecta una carga con un valor muy cercano a la impedancia característica de la línea, prácticamente no se presenta sobretensión transitoria debido a que las reflexiones en el extremo receptor se anulan. Este comportamiento se muestra en las Figuras 13 y 14.

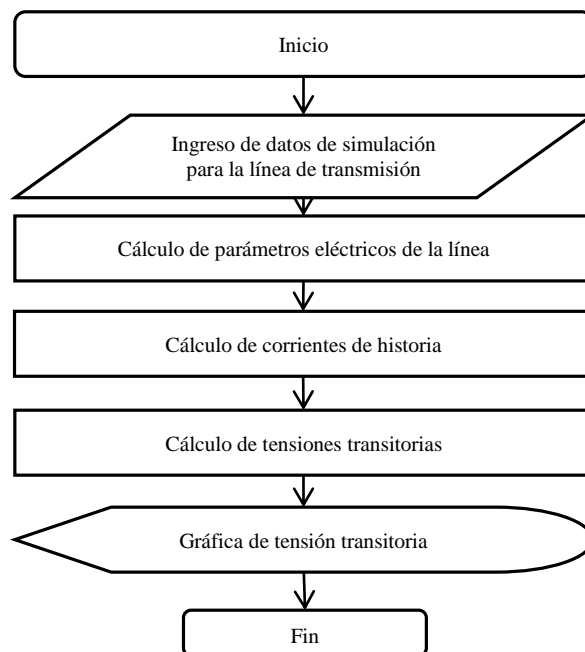


Figura 8. Diagrama de flujo del método de Bergeron

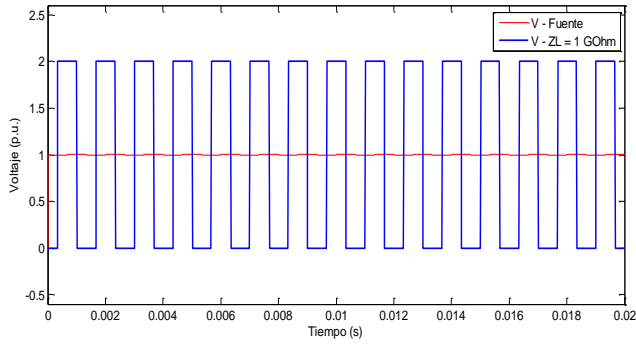


Figura 9. Sobretensión transitoria por energización de línea abierta con fuente función escalón unitario

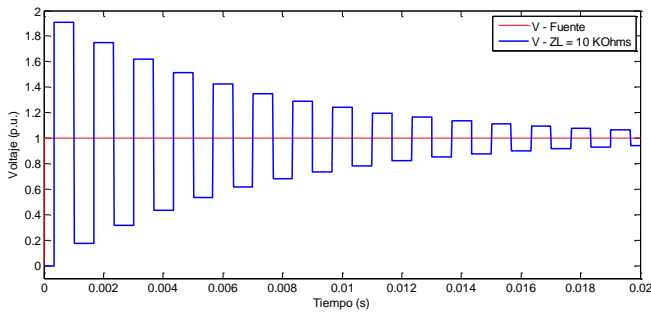


Figura 10. Sobretensión por energización de línea abierta

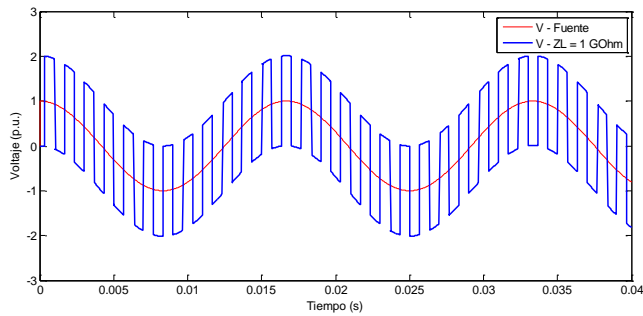


Figura 11. Sobretensión transitoria por energización de línea con impedancia de carga de 10 K Ω

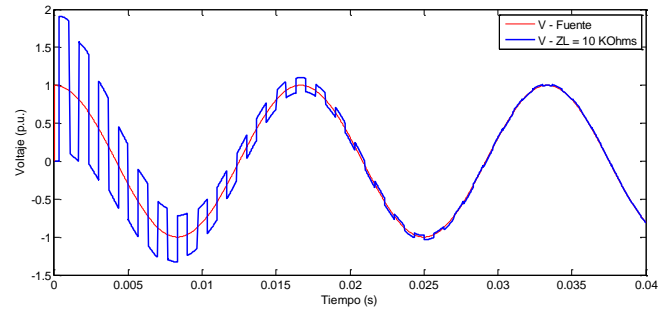


Figura 12. Sobretensión por energización de línea con impedancia de carga de 10 K Ω

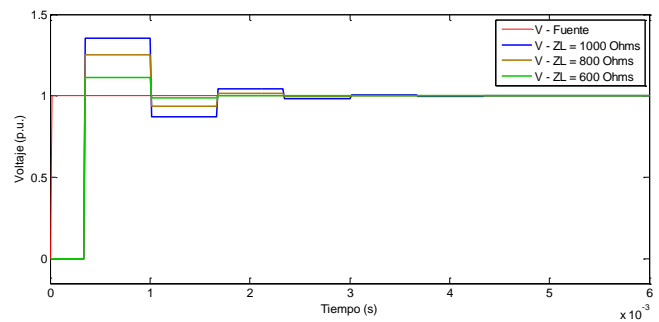


Figura 13. Sobretensión transitoria por energización de línea con impedancia de carga de 1000, 800 y 600 Ω

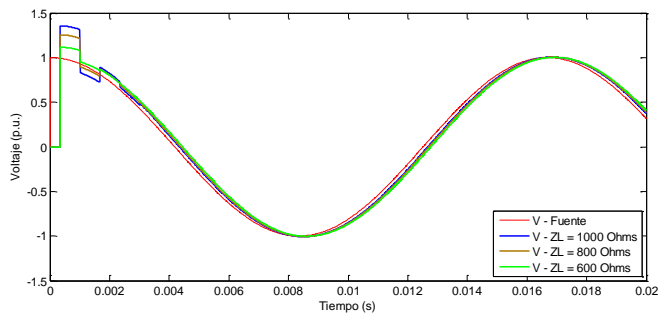


Figura 14. Sobretensión transitoria por energización de línea con impedancia de carga de 1000, 800 y 600 Ω

En los siguientes tres ejemplos de aplicación se realizan simulaciones para el caso donde el interruptor se cierra en un instante de tiempo diferente de cero para la onda cosenoidal. En el primer ejemplo, el cierre se realiza en un tiempo t

= 16 ms. En la Fig. 15 se muestra la sobretensión que se presenta ante la energización de la línea y se observa que la señal no se atenúa debido a que la línea se encuentra en el vacío (sin carga).

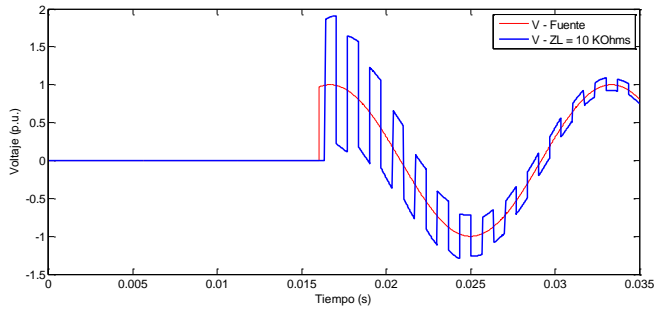


Figura 15. Sobretensión transitoria por energización de línea con impedancia de carga de 10 kΩ

En la Fig. 16 se muestra la actuación de la señal al ir variando la carga. Este efecto se presenta debido a que los valores se aproximan al de la impedancia característica de la línea. Otra forma de evitar la sobretensión transitoria es realizar el cierre lo más cercano al cruce de la señal cosenoidal con cero. La Fig. 17 muestra la diferencia entre energizar un valor pico de la señal con respecto a un valor cercano al cruce con cero, incluso estando la línea en el vacío. La atenuación de la señal es mayormente pronunciada.

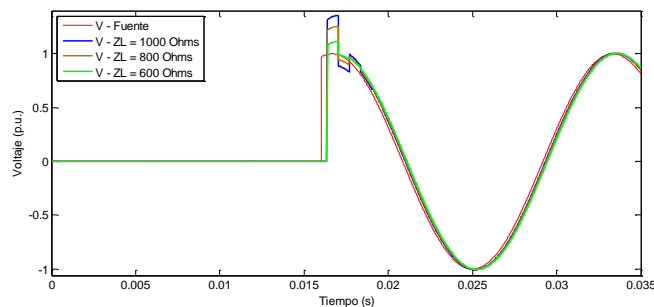


Figura 16. Sobretensión transitoria por energización de línea con variación de impedancia de carga

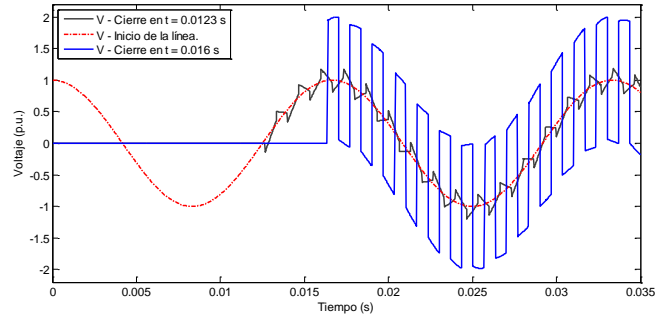


Figura 17. Comparación de sobretensión transitoria por energización de línea abierta

Una descarga atmosférica tiene la peculiaridad de ser irregular; es decir, en la realidad no tiene una forma definida debido a que la tensión tiene múltiples variaciones durante el tiempo que se presenta, pero para su estudio teórico se dispone de una forma de tensión normalizada, la cual es un impulso de tensión con un tiempo de subida hasta el valor cresta de $1.2 \mu s$ y un tiempo de cola de $50 \mu s$, como se muestra en la Fig. 18 [7]. Las sobretensiones que se presentan en el extremo receptor de la línea de transmisión debido a una descarga atmosférica se presentan en la Fig. 19.

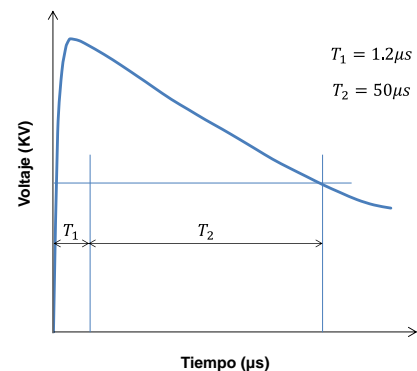


Figura 18. Forma de onda normalizada

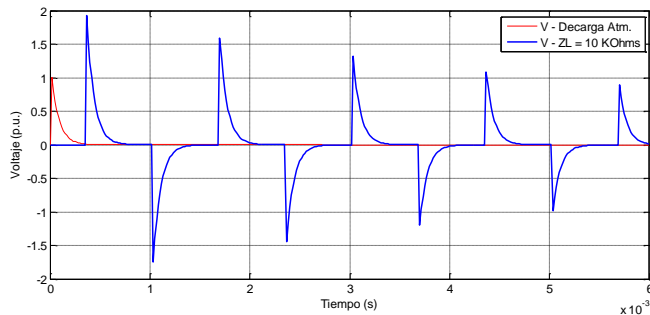


Figura 19. Sobretensión transitoria por descarga atmosférica en línea con carga de 10 K Ω

V. CONCLUSIÓN

En este trabajo se presentó el método de Bergeron aplicado al análisis de sobretensiones transitorias en sistemas de transmisión monofásicos. El método permite describir las sobretensiones que se

presentan a través de su técnica gráfica, la cual ha sido de las primeras en ser implementadas en programas de simulación de tiempo EMTP y sigue siendo utilizada en la actualidad. Se modeló una línea de transmisión sin incluir las pérdidas y la dependencia frecuencial en los parámetros eléctricos. Sin embargo, la solución obtenida en los diferentes casos de simulación es consistente y presenta el comportamiento esperado, demostrando que aunque no se consideren dichos efectos, la técnica de Bergeron es confiable y de fácil implementación para líneas aéreas, obteniendo así resultados confiables.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Harper, G. E. (s. f.). Elementos de Diseño de Subestaciones Eléctricas. México: Limusa.
- [2] Paul, C. R. (1994). Analysis of Multiconductor Transmission Lines. New York: John Wiley & Sons Inc.
- [3] L. H. Delgado, G. C. y Aranda, F. C. (2008). Modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia. Energía y Computación.
- [4] Harper, G. E. (2014). Sistemas de Transmisión y Distribución de Potencia Eléctrica. México: Limusa.
- [5] Sluis, L. V. (2001). Transients in Power Systems. New York: John Wiley & Sons Inc.
- [6] Stevenson, W. D. (1996). Análisis de Sistemas de Potencia. México: McGraw Hill.
- [7] A. Greenwood. Electrical Transients in Power Systems (Second Edition). John Wiley & Sons Inc.
- [8] L. A. Siebert C. (1989). Alta Tensión y Sistemas de Transmisión. México D. F.: Limusa.
- [9] Electromagnetic Transient Program (EMTP-Theory Book). Portland, USA. July 1995.
- [10] J. Martí. Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 1, January 1982.

- [11] B. Gustavsen and A. Semlyen, Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting. *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 13, No. 2, April 1998.
- [12] A. Morched, B. Gustavsen and M. Tartibi, A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables. *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 14, No. 3, July 1999.